(共 12 題，總計 100 分)　(18 條規則附錄於第二頁)

符號說明：•: and　∨: or　　~: not　　⊃: If... then...　　≡: ...if and only if...

(也可用相當的符號，如∧，∨，¬，→，↔)

(關於(II)大題，考生可以用類似的證明系統，但是使用 truth tree 或 semantic tableau 或 analytic tableau 等方法者，除非另行證明該方法等價於這裡使用的系統，將酌予扣分。)

(I) 請將下列語句符號化。(合計 30 分)

(1) John does not love anyone who is not afraid of Henry. (6 分)

(John: *j*; Henry: h; Axy: "x is afraid of y"; Lxy: "x loves y"; <u>domain: all humans</u>)

(2) No one fears death. (6 分)

(Hx="x is a human"; Fx="x fears death"; <u>domain: unrestricted</u>)

(3) It is not the case that some Martians don't eat cows. (6 分)

(Mx="x is a Martian"; Ex=" x eats cows"; <u>domain: unrestricted</u>)

(4) If someone is too noisy, then everyone in the room will dislike that person. (6 分).

(Rx="x is in the room";Nx="x is too noisy";Dxy=" x dislikes y";<u>domain: all humans</u>)

(5) None but those who study hard will pass the final. (6 分) (Dx= "x studies hard";
Bx= "x pass the final; <u>domain: all students</u>)

(II)使用 18 條規則或 CP (Conditional Proof)、IP(Indirect Proof)、QN (Quantifier Negation)、UI(Universal Instantiation)、EI(Existential Instantiation)、UG(Universal Generalization)、EG(Existential Generalization)證明下列論證。(合計 45 分)

(6) 1. (x) Fx ∨ (x) ~Gx
　　2. ~(x) Fx
　　3. (x) (Dx ⊃ Gx) /∴ (∃x) ~Dx　　　　　　　　　　　(9 分)

(7)　 1. (∃x)(y)Fxy
　　　2. (y)(∃x)(Fyx ⊃ Gxy)/∴.(∃y)(∃x)Gyx　　　　　　(9 分)

(8) 1. (∃x)[(Fx ∨ Gx) ⊃ Kx]
　　2. (x)[(Hx ∨ Kx) ⊃ Lx] /∴.(∃x)(Gx ⊃ Lx)　　　　　(9 分)

(9) 1. ~(x)(Dx ∨ Bx)
　　2. (∃x)~Dx ⊃ (y)(Ay ⊃ By) /∴ ~(x)Ax　　　　　　(9 分)

(10)1. (∃x) Fx
　　2.　(x) ~Fx　　/∴ {(∃x) Gx ≡ (x) [(Lx ≡ Gx) ≡ Hx]}　(9 分)

(III) 語意(semantics)與證明系統的健全性(soundness) (25 分)

(11)請證明 B⊃(B⊃A) 不是古典命題邏輯(例如使用 18 條規則及 CP. IP 的證明系統)下的定理(theorem) (5 分)，並說明爲何下列 "證明" 有誤 (7 分)。

1. A   AP
2. A∨ ~B   1 Add
3. B   AP
4. ~B∨ A   2 Comm
5. ~~A   1 DN
6. B⊃A   4 Impl
7. A⊃(B⊃A) 1-6 CP
8. A   5 DN
9. B⊃A   7,8 MP
10. B⊃(B⊃A)   3-9 CP

(12) 舉反例說明下列論證無效(invalid): $(x)(\exists y)Lxy$ / $\therefore$ $(\exists y)(x)Lxy$ (6 分)，並說明爲何下列 "證明" 有誤 (7 分)。

1. $(x)(\exists y)Lxy$ / $\therefore$ $(\exists y)(x)Lxy$
2. $(\exists y)Lxy$ 1. UI
3. Lxy 2. EI
4. $(x)Lxy$ 3. UG
5. $(\exists y)(x)Lxy$ 4. EG

附錄：18 條規則 (Appendix: the 18 valid argument forms)

1. MP $p \supset q$ 2. MT $p \supset q$ 3. DS $p \vee q$ | $p \vee q$

    p / $\therefore$ q $\sim q$ / $\therefore \sim p$ $\sim p$ / $\therefore q$ $\sim q$ / $\therefore p$

4. Simp $p \bullet q$ / $\therefore p$ 5. Conj p 6. HS $p \supset q$

    $p \bullet q$ / $\therefore q$ q / $\therefore p \bullet q$ $q \supset r$ / $\therefore p \supset r$

7. Add p / $\therefore p \vee q$ 8. CD $p \supset q$

                  $r \supset s$

                  $p \vee r$ / $\therefore q \vee s$

9. DN $p :: \sim\sim p$ 10. DeM $\sim(p \bullet q) :: \sim p \vee \sim q$ 11. Comm $(p \vee q) :: (q \vee p)$

                    $\sim(p \vee q) :: \sim p \bullet \sim q$ $(p \bullet q) :: (q \bullet p)$

12. Assoc $[p \vee (q \vee r)] :: [(p \vee q) \vee r]$ 13. Dist $[p \bullet (q \vee r)] :: [(p \bullet q) \vee (p \bullet r)]$

        $[p \bullet (q \bullet r)] :: [(p \bullet q) \bullet r]$ $[p \vee (q \bullet r)] :: [(p \vee q) \bullet (p \vee r)]$

14. Contra $(p \supset q) :: (\sim q \supset \sim p)$ 15. Impl $(p \supset q) :: \sim p \vee q$

16. Exp $[(p \bullet q) \supset r] :: [p \supset (q \supset r)]$ 17. Taut $p :: (p \bullet p)$

                                  $p :: (p \vee p)$

18. Equiv $(p \equiv q) :: [(p \supset q) \bullet (q \supset p)]$

        $(p \equiv q) :: [(p \bullet q) \vee (\sim p \bullet \sim q)]$