

初階邏輯試題 (共8題，總分100分)

試題說明：

- 本試題分為兩部分。第一部份為語句邏輯(sentential logic, propositional logic)相關試題，第二部份為述詞邏輯(predicate logic, first-order logic)相關試題。
- 試題中使用到的符號代表的意義如下：(a) ' \wedge ': 'and'; (b) ' \vee ': 'or'; (c) ' \rightarrow ': 'If ..., then ...'; (d) ' \neg ': 'not'; (e) ' \forall ' (全稱量號): 'for all'; (f) ' \exists ' (存在量號): 'there is'。
- 回答試題時，你可以使用任何你學過的邏輯系統(推論規則)，並註明你所使用的邏輯系統(推論規則)來自於哪一本書，及作者為誰。

第一部份：語句邏輯

1. 將下列兩個中文語句翻譯成語句邏輯的語句，並同時標明各原子語句(atomic sentence)所代表的中文語句(10/100)。
 - (a) 如果張三不住在嘉義，則張三住在台北或高雄。
 - (b) 張三的時光機只有在不是李四或王五使用的情況下才能被啟動。
2. 利用真值表(truth-table)判定下列論證是否為有效(valid)論證(10/100)。 $(\neg Q \vee P), (R \vee S), (R \rightarrow P) / \therefore \neg S$
3. 利用語句邏輯的證明規則證明以下論證(15/100)。 $(P \vee R), (P \rightarrow (R \vee Q)), (R \rightarrow (P \wedge Q)) / \therefore ((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow R)$
4. 利用語句邏輯的證明規則證明以下的邏輯定理(15/100)。 $((P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge R) \wedge \neg Q) \rightarrow (R \rightarrow S)$

第二部份：述詞邏輯

5. 利用以下提供的述詞邏輯符號將下列四個中文語句翻譯成述詞邏輯的語句(10/100)。(a: 小華; b: 小莉; Hxy: x 喜歡 y; Bx: x 是男孩)
 - (a) 所有小華喜歡的男孩也都喜歡小華。
 - (b) 小華和小莉都不喜歡任何男孩。
6. 證明以下的論證為無效論證(可利用任何你學過的方法)(10/100)。 $(\forall x)(Px \rightarrow Qx), (\exists x)\neg Px / \therefore (\exists x)\neg Qx$
7. 利用述詞邏輯的證明規則證明以下論證(15/100)。 $(\forall x)(Px \rightarrow \neg Qx), (\forall x)(\exists y)(Px \wedge Qy) / \therefore (\forall x)(\neg Px \rightarrow Qx)$
8. 利用述詞邏輯的證明規則證明以下的邏輯定理(15/100)。 $((\forall y)((\exists x)Pxb \rightarrow Qby) \rightarrow ((\forall x)Pax \rightarrow (\forall x)(\exists y)Qyx))$