

• 試題中的邏輯符號意義如下：(1) “ $\neg$ ” 代表 “not”；(2) “ $\wedge$ ” 代表 “and”；(3) “ $\vee$ ” 代表 “or”；(4) “ $\rightarrow$ ” 代表 “if...then...”；(5) “ $\forall x$ ” 代表 “for all x”；(6) “ $\exists x$ ” 代表 “for some x”。此外，符號 “ $\therefore$ ” 用來表示「所以」。

1. 請將下列的陳述翻譯成邏輯語句 (T= 我們增加稅收；S= 我們消除政府的浪費支出；D= 赤字會降低；N= 有自然災害發生)。
  - (1) 只有在我們增加稅收並且消除政府的浪費支出時，赤字才會降低。(5pt)
  - (2) 縱使我們增加稅收並且消除政府的浪費支出，當有自然災害發生時，赤字仍不會降低。(5pt)

2. 用真值表檢驗下列論證是有效還是無效 (製作完真值表後請簡要說明你的答案)。

(1). 1.  $A \rightarrow B$   
 2.  $\neg(C \wedge B)$   
 3.  $C / \therefore \neg A$ . (10pt)

(2). 1.  $L \vee N$   
 2.  $L \rightarrow \neg R$   
 3.  $R / \therefore \neg N$ . (10pt)

4. 用真值表檢驗下列三個語句是否一致(製作完真值表後請說明你的答案)。

$\neg A \rightarrow B, B \vee C, \neg A \wedge \neg C$  (10pt)

5. 請證明下列為有效論證。

(a)  
 1.  $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C)$   
 2.  $D \rightarrow C$   
 $\therefore A \rightarrow (D \rightarrow B)$ . (10pt)

(b)  
 1.  $K \rightarrow [(L \vee M) \rightarrow R]$   
 2.  $(R \vee S) \rightarrow T$   
 $/ \therefore \neg K \vee (M \rightarrow T)$ . (10pt)

6. 讓  $R(x, y) = x$  尊敬  $y$ ； $P(x) = x$  是哲學家； $a$ =張三； $b$ =李四。請將下列陳述翻譯成邏輯語句。

(a) 最多只有兩個哲學家尊敬張三。(5pt)

(b) 所有的哲學家，只有李四尊敬張三。(5pt)

7. 請提供反例(counterexamples)來證明下列論證是無效的。

(a) 1.  $\exists x (A(x) \vee B(x))$   
 2.  $\forall x [(A(x) \wedge \neg B(x)) \rightarrow C(x)] / \therefore \exists x C(x)$  (10pt)

(b) 1.  $\exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$   
 2.  $\forall x P(x) \leftrightarrow \forall x R(x) / \therefore \exists x (P(x) \wedge R(x))$  (10pt)

8. 請證明以下的邏輯定理。

$\exists x \{ \{ \exists x [P(x) \rightarrow Q(x)] \leftrightarrow \forall x [P(x) \vee Q(x)] \} \rightarrow [\neg P(x) \rightarrow \exists x Q(x)] \}$  (10pt)