

- 試題中的邏輯符號意義如下：(1) \sim 代表「not」(2) \cdot 代表「and」(3) \vee 代表「or」(4) \supset 代表「if...then...」(5) (x) 代表「for all x」(6) $(\exists x)$ 代表「there exists x」。此外符號 \therefore 用來表示所以。
- 翻譯時請使用上述符號。
- 證明時可用你所學過的證明系統來證明，但請註明你的系統來自哪本課本，作者為誰。

1. (a) 將下列語句用下列符號翻譯成邏輯語句：

假如 a 和 b 是實數，而且 a 和 b 不相等那麼 $\sqrt{ab} \neq \frac{a+b}{2}$ 。

(T: a 是實數；S: b 是實數；D: a 和 b 相等；N: $\sqrt{ab} \neq \frac{a+b}{2}$)

(b) 如果已知「 a 是實數」、「 b 是實數」、「 a 和 b 相等」和「 $\sqrt{ab} \neq \frac{a+b}{2}$ 」都是真的，請判斷上題的語句的真假值。(10pt)

2. 請用一階邏輯符號化下列語句：

(a) 沒有任何政治家是誠實的。

(b) 假如有任何人可以解這個問題，阿明也會。(20pt)

3. 用真值表檢驗下面的論證是有效論證還是無效論證 (製作完真值表後要說明一下你的答案)

1. $A \supset B$

2. $\sim(C \cdot B)$

3. C

$\therefore A$. (10pt)

4. 用你所學過的證明系統證明下列為有效論證。

1. $A \vee (B \cdot C)$

2. $\sim C$

$\therefore A$. (10pt)

5. 將下列邏輯式轉譯成儘可能流暢的日常語句。(Tx = x 是人的；Px = x 是富有；Ex = x 是快樂的；Lxy = x 是 y 的朋友；b = 小明。):

(a) $(x)[(Tx \cdot \sim Px) \supset Ex]$

(b) $(x)[Tx \cdot Lbx \supset (\exists y)(Ey \cdot Lxy)]$. (10pt)

6. 證明下面論證是有效論證：(15pt)

$(\exists x)Rx \supset (\exists x)Sx$

2. $(x)(Tx \supset Rx) / \therefore (\exists x)Tx \supset (\exists x)Sx$

7. 證明下面論證是無效論證：(10pt)

1. $\sim(\forall x)(\sim Ax \vee \sim Bx)$

2. $(x)\sim(Ax \cdot Cx)$

$\therefore (x)(\sim Bx \vee \sim Cx)$

8. 一個新的語句邏輯，它的語句連接詞只有兩個： ∇ 和 \odot ；而合法語句形成規則如下：1. P, Q, R 是合法語句；2. 如果 ϕ 和 ψ 是合法語句，那麼 $(\psi \nabla \phi)$ 和 $(\odot\psi)$ 也是合法語句；3. 合法語句只可能由上面兩個規則所構成。

試證明每一個合法語句裏的左括號的數目和右括號的數目是相同的。(15pt)

Answer Key for Exam A

- 試題中的邏輯符號意義如下：(1) \sim 代表「not」(2) \cdot 代表「and」(3) \vee 代表「or」(4) \supset 代表「if...then...」(5) (x) 代表「for all x」(6) $(\exists x)$ 代表「there exists x」。此外符號 \therefore 用來表示所以。
- 翻譯時請使用上述符號。
- 證明時可用你所學過的證明系統來證明，但請註明你的系統來自哪本課本，作者為誰。

1. (a) 將下列語句用下列符號翻譯成邏輯語句：

假如 a 和 b 是實數，而且 a 和 b 不相等那麼 $\sqrt{ab} \neq \frac{a+b}{2}$ 。

(T: a 是實數；S: b 是實數；D: a 和 b 相等；N: $\sqrt{ab} \neq \frac{a+b}{2}$)

(b) 如果已知「 a 是實數」、「 b 是實數」、「 a 和 b 相等」和「 $\sqrt{ab} \neq \frac{a+b}{2}$ 」都是真的，請判斷上題的語句的真假值。(10pt)

Answer: $\sim (M \cdot O) \supset \sim I$ 或 $(\sim M \vee \sim O) \supset \sim I$ 。

2. 請用一階邏輯符號化下列語句：

(a) 沒有任何政治家是誠實的。

(b) 假如有任何人可以解這個問題，阿明也會。(20pt)

Answer: $\sim (M \cdot O) \supset \sim I$ 或 $(\sim M \vee \sim O) \supset \sim I$ 。

3. 用真值表檢驗下面的論證是有效論證還是無效論證 (製作完真值表後要說明一下你的答案)

1. $A \supset B$

2. $\sim(C \cdot B)$

3. C

$\therefore A$. (10pt)

Answer: 稍後。

4. 用你所學過的證明系統證明下列為有效論證。

1. $A \vee (B \cdot C)$
 2. $\sim C$
- $\therefore A$. (10pt)

Answer: 稍後。

5. 將下列邏輯式轉譯成儘可能流暢的日常語句。($Tx = x$ 是人的； $Px = x$ 是富有； $Ex = x$ 是快樂的； $Lxy = x$ 是 y 的朋友； $b =$ 小明。)：

- (a) $(x)[(Tx \cdot \sim Px) \supset Ex]$
- (b) $(x)[Tx \cdot Lbx \supset (\exists y)(Ey \cdot Lxy)]$. (10pt)

Answer: 稍後。

6. 證明下面論證是有效論證：(15pt)

- $(\exists x)Rx \supset (\exists x)Sx$
2. $(x)(Tx \supset Rx) \therefore (\exists x)Tx \supset (\exists x)Sx$

Answer: 稍後。

7. 證明下面論證是無效論證：(10pt)

1. $\sim(\forall x)(\sim Ax \vee \sim Bx)$
 2. $(x)\sim(Ax \cdot Cx)$
- $\therefore (x)(\sim Bx \vee \sim Cx)$

Answer: 稍後。

8. 一個新的語句邏輯，它的語句連接詞只有兩個： ∇ 和 \odot ；而合法語句形成規則如下：1. P, Q, R 是合法語句；2. 如果 ϕ 和 ψ 是合法語句，那麼 $(\psi \nabla \phi)$ 和 $(\odot \psi)$ 也是合法語句；3. 合法語句只可能由上面兩個規則所構成。

試證明每一個合法語句裏的左括號的數目和右括號的數目是相同的。(15pt)

Answer: $\sim(M \cdot O) \supset \sim I$ 或 $(\sim M \vee \sim O) \supset \sim I$ 。